**IESE**
**Universidad de Navarra**
**Barcelona-Madrid**

0-192-013
ADN-224



# DISTRIBUCIONES UNIFORME, EXPONENCIAL, GAMMA Y BETA (*)

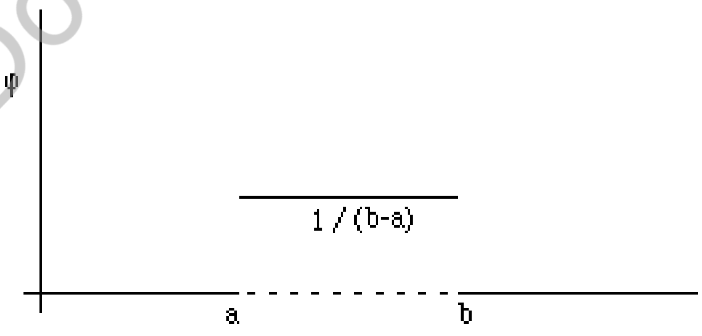
## Distribución uniforme

*a) Función densidad φ*

Diremos que una función de observación X tiene una distribución uniforme si su función densidad es:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \notin [a,b] \\ \dfrac{1}{b-a} & \text{para } x \in [a,b] \end{cases}$$

La representación gráfica de φ es:



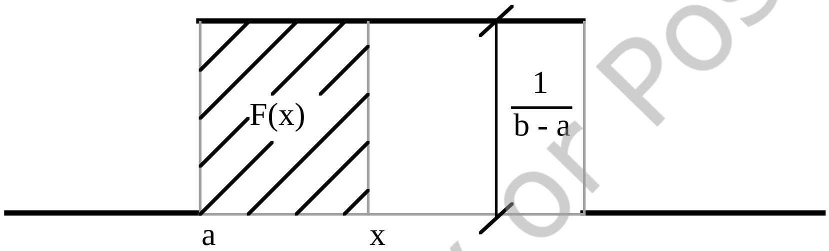

(*) Caso de la División de Investigación del IESE.
Preparada por el profesor Pere Agell. Septiembre de 1991.

## *b) Función de distribución*

Fácilmente puede verse que:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \leq a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & \text{si} \quad a < x < b \\ 1 & \text{si} \quad x \geq b \end{cases}$$

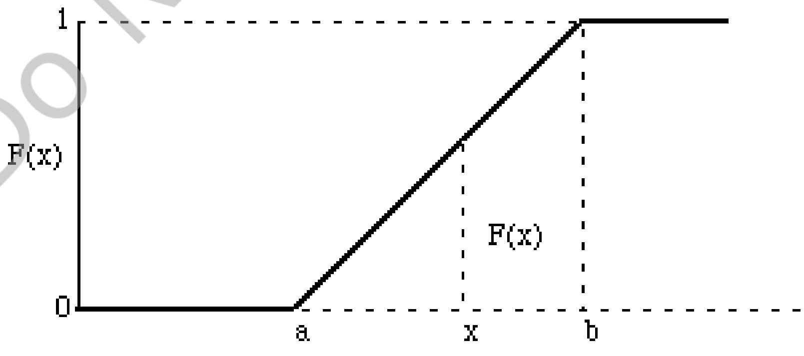
ya que F(x) es igual al área rayada de la figura




y esta vale

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(x)\,dx = \int_{a}^{x} \varphi(x)\,dx = \frac{x-a}{b-a}$$

La gráfica de F(x) viene dada por:






## *c) Media y varianza*

*Teorema*

$$M(x) = \frac{a+b}{2} \qquad \text{y} \qquad V(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

*Demostración*

Tenemos:

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{1}{b-a} d = \int_{a}^{b} x \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} \int_{a}^{b} x\, dx = \frac{b+a}{2}$$

$$M(x^2) = \int_{a}^{b} x^2 \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} \left[\frac{x^3}{3}\right]_a^b = \frac{1}{3} \frac{b^3 - a^3}{b-a}$$

$$V(x) = M(x^2) - (M(x))^2 = \frac{1}{3} \frac{b^3 - a^3}{b-a} - \frac{(b+a)^2}{4} = \frac{1}{12} (b-a)^2$$

como queríamos probar.

## Distribución exponencial

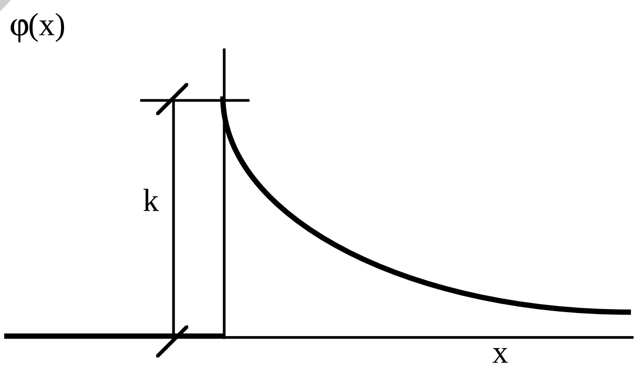
### a) *Función densidad*

Diremos que una función de observación X tiene una distribución exponencial si su función densidad está definida por:

$$\varphi(x) = \begin{cases} k\, e^{-kx} & \text{para } x \geq 0 \\ 0 & \text{para } x < 0 \end{cases}$$

donde k es una constante positiva ($k > 0$).

Su representación gráfica es del tipo




### b) *Función de distribución*

La expresión analítica de su función de probabilidad acumulada es: